

Úlohy 1. kola 50. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Pohyb střel

Střela vystřelená z děla rychlostí v_0 pod elevačním úhlem α dopadla na zem za dobu T_1 . Potom byla z téhož děla stejně velkou rychlostí vystřelena střela pod elevačním úhlem 2α . Tato střela prolétla nad místem dopadu první za dobu $t_2 = 2,45 T_1$ od počátku výstřelu druhé střely. Určete

- velikost počáteční rychlosti střel a elevační úhel α ,
- dobu T_2 (v násobcích T_1), za jakou dopadne na zem druhá střela,
- vzdálenosti l_1, l_2 od místa výstřelu, kam obě střely dopadnou,
- vzdálenost l_{\max} , kam až může střela nejdále doletět.

Řešte obecně, řešení vždy vyjádřete pomocí doby T_1 .

2. Koule v kapalině

Do nádoby nalijeme dvě kapaliny o hustotách ρ_1 a ρ_2 , které se navzájem nemísí ($\rho_1 > \rho_2$).

- Jak velká musí být hustota ρ_k materiálu koule, aby do poloviny poloměru (měřeno odspodu koule) byla koule ponořena v kapalině větší hustoty a ostatní část koule v kapalině druhé?
- Kouli z úlohy a) nyní ponoříme do kapaliny o hustotě ρ_3 , a to tak, že bude opět ponořena do jedné poloviny poloměru. Určete hustotu této kapaliny.

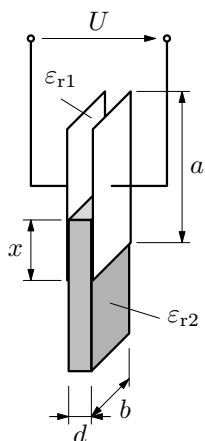
Řešte obecně, výsledky vždy vyjádřete pomocí hustot ρ_1, ρ_2 . Hustotu vzduchu v části b) zanedbejte.

3. Kondenzátor

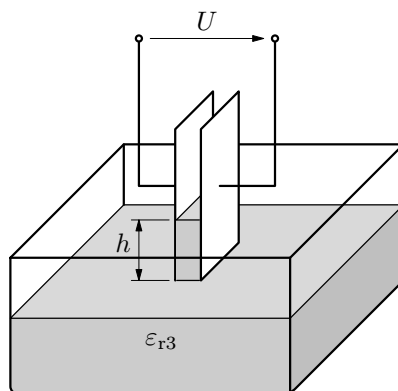
Vzduchový deskový kondenzátor je tvořen dvěma svislými obdélníkovými deskami o výšce a a šířce b , jejichž vzájemná vzdálenost je d , přičemž $d \ll a, d \ll b$. Tento kondenzátor připojíme ke zdroji o svorkovém napětí U .

- Mezi desky kondenzátoru částečně zasuneme ve svislém směru desku ze slídového dielektrika o relativní permitivitě $\epsilon_{r2} > 1$ (obr. 1). Vypočtete, jakou silou je mezi desky kondenzátoru vtahována. Tloušťka desky je přesně stejná jako mezera mezi deskami kondenzátoru; zanedbejte vliv nehomogenního pole na okrajích desek.
- Tentýž kondenzátor umístíme nad nádobu s glycerinem o hustotě ρ a relativní permitivitě ϵ_{r3} tak, aby se dolní okraje desek dotýkaly hladiny, a opět jej připojíme ke zdroji napětí. Určete, do jaké výšky h vystoupí hladina mezi deskami (obr. 2). Výška hladiny v nádobě se prakticky nezmění. Kapilární jevy zanedbejte.
- Vyjádřete kapacitu kondenzátoru s glycerinem jako funkci napětí mezi deskami.
- Určete hodnotu napětí, při kterém glycerin vystoupí až do výšky horních hran desek kondenzátoru.

Řešte nejprve obecně, potom úlohy b) a d) pro hodnoty $a = 20 \text{ mm}$, $b = 30 \text{ mm}$, $d = 3 \text{ mm}$, $U = 2 \text{ kV}$, $\varepsilon_{r2} = 6$, $\varepsilon_{r3} = 43$, $\rho = 1260 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Relativní permitivita vzduchu $\varepsilon_{r1} \doteq 1$.



Obr. 1



Obr. 2

4. Poskoky

Ocelová kulička uvolněná ve výši $h_0 = 1 \text{ m}$ nad vodorovnou ocelovou deskou poskakovala až do úplného zastavení. Celý děj, při kterém můžeme odpor vzduchu prakticky zanedbat, proběhl za dobu $t = 8,0 \text{ s}$.

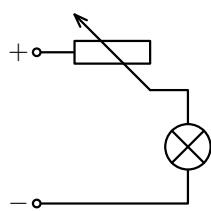
- Po každém odrazu byla rychlost kuličky menší než těsně před odrazem. Určete poměr jejich velikostí k – koeficient restituace – za předpokladu, že je konstantní.
- Kolik procent mechanické energie ztratila kulička při každém odrazu?
- Jakou celkovou dráhu kulička proletěla?
- Sestrojte graf závislosti okamžité výšky kuličky na čase během prvních deseti poskoků. Vyznačte přesně časy odrazů kuličky od desky a vrcholy jednotlivých úseků grafu. Zbytek dokreslete přibližně.

5. Regulace

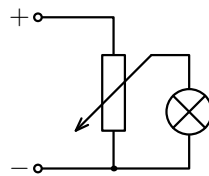
Žárovka s jmenovitým příkonem P_1 a jmenovitým napětím U_1 má být napájena stejnosměrným zdrojem o elektromotorickém napětí U_e ($U_e > U_1$) a se zanedbatelným vnitřním odporem. K regulaci napětí použijeme reostat o celkovém odporu R_0 .

- Reostat připojíme k žárovce sériově (obr. 3). Určete odpor R části reostatu, kterou prochází proud, a účinnost elektrického obvodu.
- Reostat připojíme jako potenciometr (obr. 4). Určete odpor R té části reostatu, z níž snímáme napětí pro žárovku, a účinnost elektrického obvodu.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $P_1 = 12,0 \text{ W}$, $U_1 = 6,0 \text{ V}$, $U_e = 18,0 \text{ V}$, $R_0 = 20 \Omega$.



Obr. 3



Obr. 4

6. Praktická úloha: Studium rezonance v obvodu s proměnnou indukčností

Pomůcky: jádro rozkladného transformátoru s cívku 1 200 závitů, kondenzátor s jmenovitou kapacitou 8 μF , zdroj střídavého proudu o frekvenci 50 Hz a svorkovém napětí 5 V, ampérmetr, 3 voltmetry, papírové měřítko.

Teorie: V obvodu střídavého proudu nízké frekvence můžeme kondenzátor považovat za ideální a jeho impedance je rovna kapacitní reaktanci

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} \quad (1)$$

Cívka se chová jako sériové spojení ideální cívky o indukčnosti L a rezistoru o rezistanci R . Její impedance má velikost

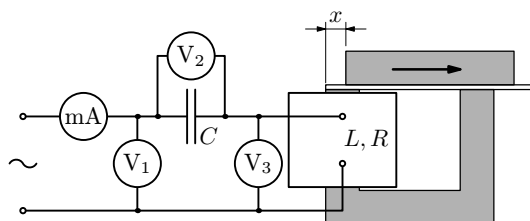
$$Z_{LR} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z_{LR}^2 - R^2} \quad (2)$$

Celková impedance sériového spojení kondenzátoru a cívky je

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Budeme-li měnit indukčnost cívky změnou jejího jádra v sériovém obvodu s kondenzátorem a cívku, bude mít celková impedance minimální hodnotu $Z_{\min} = R$ a obvodem bude procházet maximální proud, jestliže

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C}. \quad (3)$$



Obr. 5

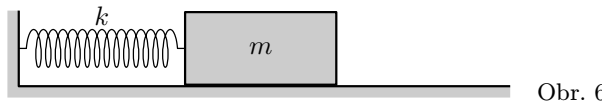
Úkoly:

- Sestavte obvod podle obrázku. Na U jádro nasadte cívku a pak na ně připevněte proužek silnějšího papíru opatřený milimetrovým měřítkem. Na něj položte rovné příčné jádro, postupně jej posouvejte doprava podle obrázku a sledujte, jak se v závislosti na posunutí x mění údaj miliampérmetru. Při určité poloze rovného jádra dosáhne proud v obvodu výrazného maxima, nastane *sériová rezonance*.

- Tuto polohu můžeme vhodně upravit změnou tloušťky papírového proužku, který vytváří dvě mezery v ocelovém jádře cívky. Pak přistoupíme k vlastnímu měření.
- Na počátku nechť je jádro celé uzavřeno, tj. $x = 0$. Při každém posunutí o 2 mm запиšte údaje miliampérmetru a všech tří voltmetrů do tabulky. V okolí rezonance postupujte po 1 mm.
 - Pro každou hodnotu x vypočítejte a запиšte do tabulky celkovou impedanci obvodu $Z = U/I$, kapacitní reaktanci kondenzátoru $X_C = U_C/I$ a impedanci cívky $Z_{LR} = U_{LR}/I$.
 - Sestrojte grafy znázorňující závislost proudu I v obvodu a veličin Z , X_C a Z_{LR} na posunutí x .
 - Ověřte, že kapacitní reaktance kondenzátoru je během měření konstantní. Z aritmetického průměru naměřených hodnot určete skutečnou kapacitu kondenzátoru.
 - Užitím vztahu (3) vypočítejte indukčnost cívky při rezonanci.
 - Z tabulky a grafů určete minimální celkovou impedanci obvodu $Z_{\min} = R$ a impedanci Z_{LR} při rezonanci. Určete indukčnost cívky užitím vztahu (2). Oba výsledky porovnejte.
 - Porovnejte rezistanci R cívky s jejím odporem v obvodu stejnosměrného proudu R_{ss} změřeným pomocí ohmmetru.

7. Klouzání kvádrů

Na vodorovné desce leží kvádr o hmotnosti m . Ke středu jeho boční stěny je připevněna pružina o tuhosti k a zanedbatelné hmotnosti. Druhý konec pružiny je připevněn ke stěně tak, že podélná osa pružiny je vodorovná a prochází těžištěm kvádrů. Pružina není napnutá. Zvolme osu x totožnou s osou pružiny s počátkem v těžišti kvádrů a orientovanou směrem od pružiny.



Kvádr vychýlíme ve směru osy x tak, že jeho souřadnice jeho těžiště bude x_1 . Po uvolnění se kvádr uvede do pohybu a vlivem tření se zastaví v místě, kde souřadnice jeho těžiště je x_2 ($0 < x_2 < x_1$), a zde zůstane v klidu.

- Určete součinitel f smykového tření mezi kvádrem a deskou.
- Určete velikost v_{\max} maximální rychlosti, které kvádr při pohybu dosáhne.
- Určete dobu t pohybu kvádrů.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $m = 0,60$ kg, $k = 35$ N \cdot m⁻¹, $x_1 = 0,090$ m, $x_2 = 0,020$ m.